

Ⅰ ～ Ⅲ の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には，特に指示がなければ，**答えのみ**を記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えが複数ある場合は，**すべて**解答しなさい。

【問題例】 方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ の解を答えなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要なときは，場合分けをして解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。方程式 $ax = 1$ の解を答えなさい。

【解答例】

$a \neq 0$ のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$ のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 ア ~ オ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 30]

(1) $(\sqrt{3})^{\log_3 25}$ を簡単にすると ア となる。

(2) 関数 $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x$ について、 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ における y の最大値は イ であり、最小値は ウ である。

(3) 6 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 を並べてできる 3 桁以下の正の整数は全部で エ 個ある。ただし、同じ数字をくり返し用いてもよいこととする。

(4) 整式 x^{10} を $x^2 + 1$ で割った余りは オ である。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

[配点 42]

(1) 虚数単位を i として、次の設問に答えなさい。

(i) 2次方程式 $x^2 - 3x + 4 = 0$ の2つの解を答えなさい。

(ii) 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{エ}}$ にあてはまる数を答えなさい。

『2次方程式 $x^2 - 3x + 4 = 0$ の2つの解を α, β とする。すべての自然数 n について

「 $\alpha^n + \beta^n$ は整数である。」…… (※)

が成り立つことを数学的帰納法によって証明する。

(a) $\alpha + \beta = \boxed{\text{ア}}$, $\alpha^2 + \beta^2 = \boxed{\text{イ}}$ であるから, $n = 1, n = 2$ のとき, (※) は成り立つ。

(b) 任意の自然数 k に対して, 等式

$$\alpha^{k+2} + \beta^{k+2} = \boxed{\text{ウ}} (\alpha^{k+1} + \beta^{k+1}) - \boxed{\text{エ}} (\alpha^k + \beta^k)$$

が成り立つ。したがって, $n = k$ および $n = k + 1$ のとき,

(※) が成り立つとすると, $\alpha^k + \beta^k$ および $\alpha^{k+1} + \beta^{k+1}$ がと

もに整数であるので, $n = k + 2$ のときにも (※) は成り立つ。

(a) と (b) より, すべての自然数 n について (※) は成り立つ。』

(2) 座標平面上の曲線 $y = x^3 - x^2$ を C とし, C 上の点 $P(-1, -2)$ における接線を l とする。

(i) l の方程式を答えなさい。

(ii) C と l で囲まれた部分の面積を答えなさい。

(下書き用紙)

Ⅲ

次の問いに答えなさい。

〔配点 28〕

- (1) $\triangle ABC$ において、辺 AB を $1:4$ に内分する点を D 、辺 AC を $1:5$ に内分する点を E とする。また、線分 BE と CD の交点を F とし、直線 AF と辺 BC の交点を G とする。 $\frac{BG}{GC}$ の値を答えなさい。
- (2) 座標平面上において、原点を中心とする半径 1 の円を C とし、 k を実数の定数として、直線 $(k+1)x + (k-1)y - 2k = 0$ を l とする。 C が l から切り取る線分の長さが $\sqrt{2}$ のとき、次の問いに答えなさい。
- (i) 原点と l の距離を、 k を用いずに、値で答えなさい。
- (ii) k の値を答えなさい。
- (3) ある感染症 X と X に対するワクチン Y がある。 Y を接種した人が X に感染した人と接触したときの感染確率は 5% であり、 Y を接種していない人が X に感染した人と接触したときの感染確率は 100% である。ここで、 X に感染していない人の集団があり、この集団の Y の接種率が 98% の場合を考える。この集団のすべての人が X に感染した人と接触したとき、この接触によって X に感染した人のうち、 Y を接種していた人の割合は何 % か、小数点以下を四捨五入して、答えなさい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)