

I ~ **III** の解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては、次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には、特に指示がなければ、答えのみを記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えが複数ある場合は、すべて解答しなさい。

【問題例】方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ の解を答えなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要なときは、場合分けをして解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。方程式 $ax = 1$ の解を答えなさい。

【解答例】

$$a \neq 0 \text{ のとき, } x = \frac{1}{a}$$

$a = 0$ のとき, 解なし

(4) 答えは、

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など、簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 **ア** ~ **エ** にあてはまる数を答えなさい。 [配点 24]

(1) $\triangle ABC$ において, $AB = 5$, $BC = 8$, $CA = 7$ のとき, $\cos \angle ABC = \boxed{\text{ア}}$

であり, $\triangle ABC$ の面積は **イ** である。

(2) $\sqrt{6} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$ を簡単にすると, **ウ** である。

(3) a を実数の定数とする。 x についての多項式 $x^3 + ax^2 + 5x + 2a$ を $x + 2$ で割った余りが 6 であるとき, $a = \boxed{\text{エ}}$ である。

(下書き用紙)

II

次の問い合わせに答えなさい。

[配点 25]

(1) t を実数の定数とする。座標平面上に

$$\text{放物線 } C : y = x^2 - 2x$$

$$\text{直線 } l : y = 4x + t$$

があり、 l は C の接線である。

(i) t の値を答えなさい。

(ii) C , l および y 軸で囲まれた部分の面積を答えなさい。

(2) n を自然数とする。数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 1$, $a_2 = 6$, $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n$

により定める。

(i) 次の空欄 ア にあてはまる数を答えなさい。

『数列 $\{a_n\}$ に対して

$$a_{n+2} - \boxed{\text{ア}} a_{n+1} = \boxed{\text{ア}} \left(a_{n+1} - \boxed{\text{ア}} a_n \right)$$

が成り立つ。したがって、 $a_{n+1} - \boxed{\text{ア}} a_n = \boxed{\text{ア}}^{n+1}$ である。』

(ii) 次の空欄 イ にあてはまる数を答えなさい。

『数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ により定めると、 $b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{イ}}$ である。』

(iii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を答えなさい。

(下書き用紙)

III

次の問い合わせに答えなさい。

[配点 26]

(1) a を実数の定数として

$$f(x) = 2x^3 - (2a+4)x^2 + (a+1)^2 x - a^2 + 1$$

とする。

(i) $f(1)$ の値を答えなさい。

(ii) x についての方程式 $f(x) = 0$ が異なる 3 つの実数解をもつとき,
 a のとりうる値の範囲を答えなさい。

(2) 次の空欄 ア ~ イ にあてはまる数を答えなさい。

『自然数 6^{30} の桁数と最高位の数字について考える。 n を自然数, α を $1 \leq \alpha < 10$ を満たす実数として, 6^{30} を n 桁の整数であるとする,
 $6^{30} = \alpha \times 10^{n-1}$ と書ける。すなわち, $\log_{10} 6^{30} = n - 1 + \log_{10} \alpha$ で
ある。ここで

$$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011, \quad 0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$$

を利用すると, 6^{30} は ア 桁の整数であることがわかる。また, $\log_{10} 6^{30}$
の値の小数第 1 位の数字は イ, 小数第 2 位の数字は ウ であるから,
 6^{30} の最高位の数字は エ であることがわかる。』

(下書き用紙)

(下書き用紙)