

Ⅰ ～ Ⅲ の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には，特に指示がなければ，**答えのみ**を記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えが複数ある場合は，**すべて**解答しなさい。

【問題例】 方程式  $(x - 1)(x - 3) = 0$  の解を答えなさい。

【解答例】  $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要なときは，場合分けをして解答しなさい。

【問題例】

$a$  を実数の定数とする。方程式  $ax = 1$  の解を答えなさい。

【解答例】

$a \neq 0$  のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$  のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄  ア  ～  エ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 24]

(1)  $\triangle ABC$  において,  $AB = 5$ ,  $BC = 8$ ,  $CA = 7$  のとき,  $\cos \angle ABC =$   ア  
であり,  $\triangle ABC$  の面積は  イ である。

(2)  $\sqrt{6} - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}}$  を簡単にすると,  ウ である。

(3)  $a$  を実数の定数とする。 $x$  についての多項式  $x^3 + ax^2 + 5x + 2a$  を  $x + 2$  で割った余りが 6 であるとき,  $a =$   エ である。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

〔配点 25〕

(1)  $t$  を実数の定数とする。座標平面上に

$$\text{放物線 } C : y = x^2 - 2x$$

$$\text{直線 } l : y = 4x + t$$

があり、 $l$  は  $C$  の接線である。

(i)  $t$  の値を答えなさい。

(ii)  $C$ 、 $l$  および  $y$  軸で囲まれた部分の面積を答えなさい。

(2)  $n$  を自然数とする。数列  $\{a_n\}$  を  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 6$ ,  $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n$  により定める。

(i) 次の空欄  $\boxed{\text{ア}}$  にあてはまる数を答えなさい。

『数列  $\{a_n\}$  に対して

$$a_{n+2} - \boxed{\text{ア}} a_{n+1} = \boxed{\text{ア}} (a_{n+1} - \boxed{\text{ア}} a_n)$$

が成り立つ。したがって、 $a_{n+1} - \boxed{\text{ア}} a_n = \boxed{\text{ア}}^{n+1}$  である。』

(ii) 次の空欄  $\boxed{\text{イ}}$  にあてはまる数を答えなさい。

『数列  $\{b_n\}$  を  $b_n = \frac{a_n}{2^n}$  により定めると、 $b_{n+1} - b_n = \boxed{\text{イ}}$  である。』

(iii) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を答えなさい。

(下書き用紙)

Ⅲ

次の問いに答えなさい。

〔配点 26〕

(1)  $a$  を実数の定数として

$$f(x) = 2x^3 - (2a + 4)x^2 + (a + 1)^2x - a^2 + 1$$

とする。

(i)  $f(1)$  の値を答えなさい。

(ii)  $x$  についての方程式  $f(x) = 0$  が異なる 3 つの実数解をもつとき、  
 $a$  のとりうる値の範囲を答えなさい。

(2) 次の空欄 ア ～ エ にあてはまる数を答えなさい。

『自然数  $6^{30}$  の桁数と最高位の数字について考える。 $n$  を自然数、 $\alpha$  を  $1 \leq \alpha < 10$  を満たす実数として、 $6^{30}$  を  $n$  桁の整数であるとするとき、  
 $6^{30} = \alpha \times 10^{n-1}$  と書ける。すなわち、 $\log_{10} 6^{30} = n - 1 + \log_{10} \alpha$  である。ここで

$$0.3010 < \log_{10} 2 < 0.3011, \quad 0.4771 < \log_{10} 3 < 0.4772$$

を利用すると、 $6^{30}$  は ア 桁の整数であることがわかる。また、 $\log_{10} 6^{30}$  の値の小数第 1 位の数字は イ，小数第 2 位の数字は ウ であるから、  
 $6^{30}$  の最高位の数字は エ であることがわかる。』

(下書き用紙)

(下書き用紙)