

Ⅰ ～ Ⅲ の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には，特に指示がなければ，**答えのみ**を記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えが複数ある場合は，**すべて**解答しなさい。

【問題例】 方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ の解を答えなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要なときは，場合分けをして解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。方程式 $ax = 1$ の解を答えなさい。

【解答例】

$a \neq 0$ のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$ のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で解答しなさい。

I

次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{カ}}$ にあてはまる数を答えなさい。

〔配点 36〕

- (1) 初項 3, 公差 9 の等差数列と初項 2, 公差 5 の等差数列に共通して現れる数を小さい順に並べた数列は, 初項 $\boxed{\text{ア}}$, 公差 $\boxed{\text{イ}}$ の等差数列である。
- (2) a, b を実数の定数とする。3 次方程式 $x^3 + ax^2 + ax + b = 0$ が 2 重解 $x = 1$ をもつとき, 定数 b の値は $\boxed{\text{ウ}}$ である。
- (3) p, q を整数とする。 $p^2 + q^2 < 9, q \geq \frac{1}{2}p^2$ を満たす整数の組 (p, q) は全部で $\boxed{\text{エ}}$ 個ある。
- (4) 三角形 ABC において, $BC = 14, \tan \angle ABC = \frac{4}{3}, \tan \angle ACB = \frac{12}{5}$ とする。頂点 A から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点を H とするとき, AH の長さは $\boxed{\text{オ}}$ である。
- (5) l, m, n を自然数とする。 $l + m + n = 10$ を満たす自然数の組 (l, m, n) は全部で $\boxed{\text{カ}}$ 個ある。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

〔配点 32〕

- (1) $0 \leq x < 2\pi$ のとき, 方程式 $\sin 2x = \sqrt{2} \sin x$ の解を答えなさい。
- (2) p, q, r はそれぞれ 1 より大きい実数であり, $p^2 = q^3 = r^6$ とする。
- (i) $\log_p q$ の値を答えなさい。
- (ii) $\log_p qr + \log_q rp + \log_r pq$ の値を答えなさい。
- (3) a, b, c, d を実数の定数とする。座標平面上に 2 つの放物線

$$C_1 : y = 2x^2 + ax + 4b$$

$$C_2 : y = bx^2 + cx + d$$

があり, C_1 と C_2 は原点に関して対称である。

- (i) C_1 の頂点の x 座標を a を用いて表しなさい。
- (ii) b と d の値を答えなさい。
- (iii) a がすべての実数値をとって変化するとき, C_2 の頂点の軌跡を表す方程式を答えなさい。

(下書き用紙)

Ⅲ

次の問いに答えなさい。

〔配点 32〕

- (1) a を実数の定数とし、実数 x に関する条件 p, q をそれぞれ次のように定める。

$$p: x^2 - x - 2 < 0$$

$$q: x^2 - (2a + 5)x + a^2 + 5a < 0$$

- (i) p を満たす x の範囲を答えなさい。
- (ii) q を満たす x の範囲を a を用いて答えなさい。
- (iii) p は q であるための十分条件であるが、必要条件ではないとき、 a のとりうる値の範囲を答えなさい。

- (2) b を実数の定数とし、方程式

$$4^x - b \cdot 2^{x+1} + b + 6 = 0 \dots\dots ①$$

について考える。また、 $t = 2^x$ とする。

- (i) 方程式①を t についての 2 次方程式（ただし、 t^2 の係数を 1 とする）に書き換えた式を答えなさい。
- (ii) x がすべての正の実数値をとって変化するとき、 t のとりうる値の範囲を答えなさい。
- (iii) 方程式①が異なる 2 つの正の実数解をもつとき、 b のとりうる値の範囲を、導出の過程も示して、答えなさい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)