

Ⅰ ~ Ⅲ の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には，答えのみを記入しなさい。

(2) 答えが複数ある場合は，すべて解答しなさい。

【問題例】 方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ の解を答えなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要なときは，場合分けして解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。方程式 $ax = 1$ の解を答えなさい。

【解答例】

$a \neq 0$ のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$ のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 ～ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 24]

(1) $(\sqrt[3]{4} - 2)(2^{\frac{4}{3}} + 2^{\frac{5}{3}} + 4) = \text{ア}$ である。

(2) m を自然数とする。2次不等式 $x^2 - 2mx + 6m - 8 > 0$ の解がすべての実数であるとき、 $m = \text{イ}$ である。

(3) 9本のボールペンを4人で分けることを考える。どの人も少なくとも1本はもらおうとすると、分け方は全部で 通りある。ただし、どのボールペンも区別はつかないものとする。

(4) $\tan \frac{\pi}{8}$ の値は である。

(下書き用紙)

Ⅱ 次の問いに答えなさい。

[配点 24]

- (1) 方程式 $\log_2 x + 2 \log_4(x - 3) = 1$ の解を答えなさい。
- (2) p は 0 を除く実数の定数とする。 xy 座標平面上の放物線 $y = -x^2 + px$ と x 軸とで囲まれる図形の面積が $\frac{9}{16}$ となるときの p の値を答えなさい。
- (3) n を自然数として、数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 2(a_n + 3^{n+1})$ により定める。
- (i) 数列 $\{b_n\}$ を $b_n = 3^{-n}a_n$ で定めるとき、次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数を答えなさい。

$$b_{n+1} - \boxed{\text{ア}} = \boxed{\text{イ}} (b_n - \boxed{\text{ア}})$$

- (ii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を答えなさい。

(下書き用紙)

Ⅲ 次の問いに答えなさい。

[配点 27]

(1) 原点を O とする xy 座標平面上に点 $P(2, 0)$ と P を中心とする半径 1 の円 C がある。点 Q は C 上の点であり、 Q の x 座標を s とする。

(i) 線分 OQ の長さを \overline{OQ} で表す。 \overline{OQ}^2 を s の 1 次式で表しなさい。

(ii) 次の空欄 , にあてはまる数を答えなさい。

『 s が $s = 2 \cos \angle POQ$ を満たすとき、 s の値は であり、三角形 OPQ の外接円の半径は である。』

(2) 関数 $f(x) = 2^{3x} + 2^{-3x} - 4(2^{2x} + 2^{-2x})$ について考える。また、 $t = 2^x + 2^{-x}$ とおく。

(i) x がすべての実数の値をとって変化するとき、 t のとり得る値の範囲を答えなさい。

(ii) $2^{3x} + 2^{-3x}$ を t の多項式で表しなさい。

(iii) x がすべての実数の値をとって変化するとき、 $f(x)$ の最小値を答えなさい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)