

Ⅰ ~ Ⅲ の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には，特に指示がなければ，答えのみを記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えは，すべて解答しなさい。

【問題例】 x についての方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ の解を答えなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要な場合は，場合分けして解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。 x についての方程式 $ax = 1$ の解を答えなさい。

【解答例】

$a \neq 0$ のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$ のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は，根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 ア ～ オ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 30]

(1) 定積分 $\int_0^3 x|x-2| dx$ の値は ア である。

(2) 方程式 $x(x-1)(x+1) = 6$ の解のうち、整数である解は イ であり、整数解以外の 2 つの解を α, β とすると、 $\alpha^2 + \beta^2 =$ ウ である。

(3) a を 0 でない実数の定数とする。 xy 座標平面上において、点 $(1, -1)$ を通る傾き 3 の直線が放物線 $y = ax^2$ の接線であるとき、 $a =$ エ である。

(4) 9 本のボールペンを A, B, C, D の 4 人で分けることを考える。1 本ももらわない人がいてもよいとすると、分け方は全部で オ 通りある。ただし、どのボールペンも区別はつかないものとする。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

[配点 30]

(1) a, b を実数の定数とする。ただし、 $a \neq 0$ である。1 次関数 $y = ax + b$ の定義域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、値域が $-3 \leq y \leq 5$ となるような a, b の値を答えなさい。

(2) i を虚数単位とする。 $z^2 = -2i$ を満たす複素数 z を答えなさい。

(3) 数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = \frac{1}{2}, a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{2^{n+1}} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

により定められている。数列 $\{a_n\}$ の一般項を答えなさい。

(4) θ を $0 \leq \theta < 2\pi$ を満たす実数とする。O を原点とする xy 座標平面上に点 $P(\cos \theta, 0), Q(0, \sin \theta), R(1, 1)$ がある。また、点 M は

$$2\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{OQ} + \overrightarrow{OR}$$

を満たし、線分 QM の長さを L とする。

(i) θ の値が $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で変化するとき、点 M の軌跡は円である。この円の半径を答えなさい。

(ii) L^2 の最小値を答えなさい。

(下書き用紙)

Ⅲ 次の問いに答えなさい。

[配点 40]

(1) n を自然数とし、正の実数を定義域とする x の関数

$$f(x) = (\log_2 x)^2 - 4 \log_4 \frac{x^3}{n}$$

を考える。また、 $f(x)$ の最小値を m とする。

(i) $t = \log_2 x$ とする。次の数式の $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数を答えなさい。

$$f(x) = t^2 - \boxed{\text{ア}}t + \boxed{\text{イ}} \log_2 n$$

(ii) m を $\log_2 n$ を用いて表しなさい。

(iii) $-1 < m < 1$ となるような自然数 n の個数を答えなさい。

(2) 三角形 ABC があり、 $AB = 4$ 、 $AC = 3$ である。頂点 A における外角の二等分線と辺 BC の延長線との交点を D とすると、 $BD = 4\sqrt{13}$ である。

(i) $\frac{\sin \angle BAD}{\sin \angle CAD}$ の値を答えなさい。

(ii) 三角形 ABD の面積は三角形 ACD の面積の何倍か答えなさい。

(iii) $\cos \angle BAC$ の値を答えなさい。

(iv) 三角形 ABD の外接円の半径を答えなさい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)