

Ⅰ ~ Ⅲ の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には，特に指示がなければ，答えのみを記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えは，すべて解答しなさい。

【問題例】 x についての方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ の解を答えなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要な場合は，場合分けして解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。 x についての方程式 $ax = 1$ の解を答えなさい。

【解答例】

$a \neq 0$ のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$ のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は，根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 ア ~ オ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 30]

- (1) $\sin 75^\circ$ の値は ア である。
- (2) 方程式 $9^{x+1} + 26 \cdot 3^x - 3 = 0$ を満たす実数 x の値は イ である。
- (3) xyz 座標空間において、点 $(-3, 4, 2)$ を中心とする球面が平面 $x = 4$ と接している。この球面が平面 $y = 2$ と交わってできる円の半径は ウ である。
- (4) 人の集団 A があり、この集団の人は 3 人に 1 人の割合で感染症 X に感染している。また、感染症 X に関して陽性か陰性かのいずれかを判定する検査方法があり、この検査では、 $\frac{4}{5}$ の確率で感染症 X に感染している人を正しく陽性と判定し、 $\frac{99}{100}$ の確率で感染症 X に感染していない人を正しく陰性と判定する。集団 A のある人がこの検査を受けたとき、その判定結果が誤っている確率は エ である。また、この検査を受けて陰性と判定された集団 A の人が感染症 X に感染している確率は オ である。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

[配点 30]

(1) 次の不等式を満たす実数 x の値の範囲を答えなさい。

$$4(\log_2 x)^2 - \log_{\frac{1}{2}} x^2 - 2 \leq 0$$

(2) p を実数の定数とする。2 次関数 $f(x)$ は

$$f(x) = x^2 + \left\{ \int_0^1 f(t) dt \right\} x + p$$

を満たしている。

(i) $\int_0^1 f(t) dt$ は定数である。 $\int_0^1 f(t) dt$ を p を用いて表しなさい。

(ii) 2 次方程式 $f(x) = 0$ の 1 つの解が 1 であるとき、もう 1 つの解を答えなさい。

(3) 実数の定数 a, b, c に対して、3 次関数 $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ は $x = \alpha$ で極大値、 $x = \beta$ で極小値をとる。

(i) $\alpha + \beta$ を a を用いて表しなさい。

(ii) $\alpha - \beta = -2$ のとき、 $g(\alpha) - g(\beta)$ の値を答えなさい。

(下書き用紙)

Ⅲ 次の問いに答えなさい。

[配点 40]

(1) θ を $0 \leq \theta < \pi$ を満たす実数とし、 θ の関数

$$y = 4 \sin 2\theta + 2(\sin \theta + \cos \theta) - 1$$

を考える。また、 $x = \sin \theta + \cos \theta$ とする。

- (i) x のとりうる値の範囲を答えなさい。
- (ii) y を θ を用いずに x の式で表しなさい。
- (iii) y のとりうる値の範囲を答えなさい。

(2) n を自然数とし、平面上に円 $C_1, C_2, \dots, C_n, \dots$ と正三角形 $T_1, T_2, \dots, T_n, \dots$ がある。 C_n は T_n の内接円であり、 C_{n+1} は T_n の外接円である。ただし、 C_1 の半径は 1 である。また、 T_n の面積を S_n とし、 $a_n = \log_2 S_n$ とする。

- (i) C_{n+1} の半径は C_n の半径の何倍か答えなさい。
- (ii) C_n の半径を n を用いて表しなさい。
- (iii) 数列 $\{a_n\}$ は等差数列である。その公差を答えなさい。
- (iv) 不等式

$$\sum_{k=1}^n a_k > na_1 + 99$$

を満たす最小の自然数 n を答えなさい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)