

Ⅰ ~ Ⅲ の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には，特に指示がなければ，答えのみを記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えは，すべて解答しなさい。

【問題例】 x についての方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ を解きなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要な場合は，場合分けして解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。 x についての方程式 $ax = 1$ を解きなさい。

【解答例】

$a \neq 0$ のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$ のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は，根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 ～ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 24]

(1) $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}, y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ のとき, $x^3 + y^3 =$ である。

(2) $a = \log_{16} 9$ のとき, 8^a より大きい最小の自然数は である。

(3) 三角形 ABC において

$$\cos A = \frac{4}{5}, \quad \cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

のとき, $\cos C =$ である。

(4) disease という語の 7 文字すべてを横一列に並べてできる文字列のうち, 同じ文字が隣り合わない文字列の総数は である。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

[配点 24]

(1) 整式 $P(x)$ は $x^2 - 5x + 6$ で割ると $x - 5$ 余り, $x^2 - x - 2$ で割ると $-x - 1$ 余る。 $P(x)$ を $x^2 - 2x - 3$ で割った余りを答えなさい。

(2) θ を $0 \leq \theta < \pi$ を満たす実数とする。 x についての 2 次方程式

$$x^2 + 4(\cos \theta)x + \sqrt{2} - (2\sqrt{2} - 2) \cos \theta = 0$$

が異なる 2 つの実数解をもつような θ の範囲を答えなさい。

(3) 初項 4 の数列 $\{a_n\}$ があり, その階差数列は初項 3, 公差 4 の等差数列である。また, 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とする。

(i) 一般項 a_n を答えなさい。

(ii) 次の S_n を表した式の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{ウ}}$ にあてはまる数を答えなさい。

$$S_n = \frac{1}{6}n \left(\boxed{\text{ア}} n^2 - \boxed{\text{イ}} n + \boxed{\text{ウ}} \right)$$

(下書き用紙)

Ⅲ 次の問いに答えなさい。

[配点 27]

(1) 平面上に三角形 ABC と点 P があり, P の位置は関係式

$$2\overrightarrow{PA} + 3\overrightarrow{PB} + 5\overrightarrow{PC} = \vec{0}$$

によって定められている。

(i) \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} を用いて表しなさい。

(ii) 三角形 PBC の面積は三角形 ABC の面積の何倍か答えなさい。

(2) xy 座標平面上に放物線 C がある。 C の軸は直線 $x = 1$ であり, C は x 軸に接している。また, C の y 軸との交点における接線の傾きは 2 である。さらに, p を正の実数とし, C と直線 $y = -p$ で囲まれる図形の面積を S とする。

(i) C を表す方程式を答えなさい。

(ii) S を p を用いて表しなさい。

(iii) $S = 16$ のとき, 等式

$$3 \log_{10} p = m \log_{10} 2 + n \log_{10} 3$$

を満たす自然数の組 (m, n) を答えなさい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)