

Ⅰ ~ Ⅲ の解答は，解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答は，特に指示がなければ，答えのみを所定の解答欄に記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えが複数ある場合は，すべての答えを所定の解答欄に記入しなさい。

【問題例】 x についての方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ を解きなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要だと考えられる場合は，各自で判断して解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。 x についての方程式 $ax = 1$ を解きなさい。

【解答例】

$a \neq 0$ のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$ のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は，根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で所定の解答欄に記入しなさい。

I 次の空欄 ア ~ カ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 36]

(1) 区間 $x \leq 0$ での関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 3$ の最大値は ア である。

(2) $0 < \theta < \pi$ とする。 $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{2}$ のとき、 $\sin 2\theta =$ イ であり、
 $\cos \theta - \sin \theta =$ ウ である。

(3) m, n を自然数とし、 i を虚数単位とする。 $1 + mi$ が x の 2 次方程式 $x^2 - 2x + n^2 - 23 = 0$ の解であるとき、

$$n^2 - m^2 = \text{エ} \dots\dots (*)$$

であり、 (*) を満たす自然数の組 (m, n) は オ 組ある。

(4) 三角形 ABC があり、 辺 AB を 2 : 1 に内分する点を P、 辺 BC を 1 : 2 に内分する点を Q とする。 直線 CP と直線 AQ の交点を R とすると、
 $\overrightarrow{AR} =$ カ \overrightarrow{AQ} である。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

[配点 34]

(1) 不等式 $3 - 2|x| > |x - 1|$ を満たす実数 x の値の範囲を答えなさい。

(2) a, b は実数の定数であり, $\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3} < b < 1$ とする。5つの数

$$\log_b \frac{1}{3}, \log_b \frac{2}{3}, \log_{\frac{2}{3}} b, \log_a b, 1$$

の大小関係を表した下記の不等式の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{エ}}$ にあてはまる数を答えなさい。

$$\boxed{\text{ア}} < \boxed{\text{イ}} < 1 < \boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}}$$

(3) c を実数の定数とする。 xyz 座標空間に点 $(2, c, 1)$ を中心とする半径 3 の球面がある。

(i) この球面の方程式を c を用いて表しなさい。

(ii) この球面が zx 平面と交わってできる円の半径が 2 であるとき, c の値を答えなさい。

(4) 袋の中に赤色の玉が 2 個, 青色の玉が 3 個, 合計 5 個の玉が入っている。この袋から玉を戻さずに 1 個ずつ順に 2 個の玉を取り出して, 最初に取り出した玉を A, 次に取り出した玉を B とする。ただし, 袋から玉を取り出す試行において, どの根元事象も同様に確からしいとする。

(i) A と B が同じ色である確率を答えなさい。

(ii) A と B の色が異なる場合の A が赤色である条件付き確率を答えなさい。

(下書き用紙)

Ⅲ 次の問いに答えなさい。

[配点 30]

O を原点とする xy 座標平面上に点 P と放物線 C がある。点 P の座標は $(4, 10)$ であり、 C は O と P を通り、 C の軸は直線 $x = 1$ である。また、P における C の接線を l とし、 C 、 l および y 軸で囲まれた図形の面積を S とする。

- (1) C の方程式を答えなさい。
- (2) l の方程式を答えなさい。
- (3) S の値を答えなさい。

ここで、初項が 1、第 3 項が 7 の等差数列 $\{a_n\}$ を考える。

- (4) $\{a_n\}$ の一般項を答えなさい。
- (5) 不等式 $(3S)^{10} \leq 10^{a_n}$ を満たす最小の自然数 n を答えなさい。ただし、必要があれば、 $\log_{10} 2 = 0.3010$ を用いて計算しなさい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)