

Ⅰ ～ Ⅲ の解答は，すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては，次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には，特に指示がなければ，答えのみを記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えは，すべて解答しなさい。

【問題例】 x についての方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ を解きなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要だと考えられる場合は，各自で判断して解答しなさい。

【問題例】

a を実数の定数とする。 x についての方程式 $ax = 1$ を解きなさい。

【解答例】

$a \neq 0$ のとき， $x = \frac{1}{a}$

$a = 0$ のとき，解なし

(4) 答えは，

- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 根号は，根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 同類項はまとめる

など，簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{エ}}$ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 20]

(1) $\frac{1}{\sqrt{10}-3}$ の小数部分を α とするとき、 $\alpha = \boxed{\text{ア}}$ である。また、 α は x についての 2 次方程式 $x^2 - \sqrt{10}x + \boxed{\text{イ}} = 0$ の解である。

(2) 1 から 6 までの数字が 1 つずつ書かれた合計 6 個のボールが箱に入っている。A, B の 2 人がこの順で、ボールを戻すことなく、箱からボールを 1 個ずつ取り出すとき、A, B の少なくとも一方が奇数の書かれたボールを取り出す確率は $\boxed{\text{ウ}}$ である。ただし、箱からボールを取り出す試行において、どの根元事象も同様に確からしいとする。

(3) a を 0 でない実数の定数とする。関数 $f(x) = x^3 + ax^2 - a^2x - 16$ の極大値と極小値の和が -10 であるとき、 $a = \boxed{\text{エ}}$ である。

(下書き用紙)

Ⅱ 次の問いに答えなさい。

[配点 25]

- (1) 方程式 $|2x - 3| = \left| \frac{x}{2} \right| - \frac{3}{4}$ を満たす実数 x の値を答えなさい。
- (2) 不等式 $\sin 2\theta > \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を満たす θ の値の範囲を答えなさい。
- (3) a を正の実数の定数, b と c を実数の定数として, xy 座標平面上に 2 つの放物線

$$C_1 : y = ax^2 + bx + c$$

$$C_2 : y = -ax^2$$

がある。 C_1 の頂点は $(2, -6)$ であり, C_1 と C_2 の共有点の個数は 1 個である。

- (i) a の値を答えなさい。
- (ii) C_1 , C_2 および y 軸で囲まれた図形の面積を答えなさい。

(下書き用紙)

Ⅲ

次の問いに答えなさい。

[配点 30]

(1) 原点を O とする xy 座標平面上に点 P , 円 C および直線 l がある。 P の座標は $(3, 0)$ であり, C を表す方程式は $x^2 + y^2 = 2$ である。また, l は P を通る傾きが負の C の接線であり, その接点を Q とする。

(i) 三角形 OPQ の面積を答えなさい。

(ii) l の方程式を答えなさい。

(iii) θ を $0 < \theta < \pi$ を満たす実数とし, P を中心にして l を反時計回りに角 θ だけ回転させた直線を m とする。 m は C の接線であり, その傾きが正であるとき, $\tan \theta$ の値を答えなさい。

(2) 各項が正の実数である 3 つの数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ および $\{c_n\}$ がある。 $\{a_n\}$ は等比数列であり, $a_1 = 2$, $a_3 = 8$ である。また, $\{b_n\}$ と $\{c_n\}$ は自然数 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して,

$$b_n = n \log_2 5 + \log_2 a_n, \quad \log_4 c_n = b_n$$

を満たしている。

(i) $\{a_n\}$ の一般項を答えなさい。

(ii) 不等式 $b_n \geq 100$ を満たす最小の自然数 n を答えなさい。必要ならば $\log_{10} 2 = 0.3010$ を用いなさい。

(iii) 不等式 $\sum_{k=1}^n \sqrt{c_k} \leq 111111111$ を満たす最大の自然数 n を答えなさい。

(下書き用紙)

(下書き用紙)