

Ⅰ ~ Ⅲ の解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には、特に指示がなければ、答えのみを記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えが複数あるときは、すべて解答しなさい。

【問題例】等式 $(a - 1)(a - 3) = 0$ を満たす a の値を答えなさい。

【解答例】 $a = 1, 3$

(3) 場合分けが必要だと考えられる場合は、各自で判断して解答しなさい。

【問題例】 a を与えられた実数とする。方程式 $ax = 1$ を解きなさい。

【解答例】 $a \neq 0$ のとき、 $x = \frac{1}{a}$ 。 $a = 0$ のとき、解なし。

(4) 答えは、

- 根号を含む場合は、根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 同類項はまとめる

など、簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 ア ~ エ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 20]

- (1) a を実数の定数とする. 2 次方程式 $x^2 - ax + 1 = 0$ の解の 1 つが $1 + \sqrt{2}$ のとき, もう 1 つの解は ア である.
- (2) OSAKA の 5 文字すべてを使ってできる文字列の中で, 最後の文字が母音となる並べ方は全部で イ 通りある.
- (3) 連立不等式 $x^2 + y^2 \leq 4$, $2x + 4y - 1 \geq 0$ を満たす整数の組 (x, y) は全部で ウ 組ある.
- (4) 三角形 OAB において, 辺 OA の中点を C, 辺 OB を 3 : 1 に内分する点を D とし, 線分 AD と線分 BC の交点を P とする. \vec{OP} を \vec{OA} , \vec{OB} を用いて表すと, $\vec{OP} = \frac{1}{5}\vec{OA} + \text{エ}\vec{OB}$ である.

(下書き用紙)

Ⅱ 次の問いに答えなさい.

[配点 25]

- (1) 不等式 $|x + 5| + |4x - 3| < 7$ を満たす x の値の範囲を答えなさい.
- (2) a を実数の定数とする. xy 座標平面において, x の関数 $y = 3x^3 - x - a$ のグラフと x 軸の共有点が 2 個であるとき, 実数 a の値を答えなさい.
- (3) x は 1 でない正の実数とし, x の関数 $y = \log_2 x - \log_x 16 - 3$ を考える.
- (i) $t = \log_2 x$ とおき, y を t で表しなさい.
- (ii) $y = 0$ を満たす x の値を答えなさい.

(下書き用紙)

Ⅲ 次の問いに答えなさい。

[配点 30]

(1) O を原点とする xy 座標平面上に 2 点

$$P(\cos \theta, \sin \theta), Q(0, \sqrt{3} \sin \theta + \cos \theta)$$

があり, P から x 軸に引いた垂線と x 軸との交点を R とする. θ の値は $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ の範囲で変化し, 三角形 OPR の面積を S_1 , 三角形 OPQ の面積を S_2 とする.

(i) S_1 の最大値を答えなさい.

(ii) 次の式の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ にあてはまる数を答えなさい.

$$S_2 = \frac{1}{2} \sin \left(2\theta + \boxed{\text{ア}} \right) + \boxed{\text{イ}}$$

ただし, $0 < \boxed{\text{ア}} < \frac{\pi}{2}$ とする.

(2) a, b は正の実数の定数とする. 2 つの 2 次関数 $f(x), g(x)$ を

$$f(x) = ax(x-1), g(x) = x(x+b)$$

とする. xy 座標平面上の $y = f(x)$ のグラフを C_1 , $y = g(x)$ のグラフを C_2 とし, C_1 と x 軸で囲まれる図形の面積を T_1 , C_2 と x 軸で囲まれる図形の面積を T_2 とする.

(i) C_1 の頂点の座標を a を用いて表しなさい.

(ii) T_1 を a を用いて表しなさい.

(iii) a は 1 でないとする. $T_1 = T_2$ が成り立つとき, $\log_a b$ の値を答えなさい.

(下書き用紙)

(下書き用紙)