

Ⅰ ~ Ⅲ の解答は、解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には、特に指示がなければ、答えのみを記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えが複数あるときは、すべて解答しなさい。

【問題例】等式 $(a - 1)(a - 3) = 0$ を満たす a の値を答えなさい。

【解答例】 $a = 1, 3$

(3) 場合分けが必要だと考えられる場合は、各自で判断して解答しなさい。

【問題例】 a を与えられた実数とする。方程式 $ax = 1$ を解きなさい。

【解答例】 $a \neq 0$ のとき、 $x = \frac{1}{a}$ 。 $a = 0$ のとき、解なし。

(4) 答えは、

- 根号を含む場合は、根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する
- 同類項はまとめる

など、簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 ア ~ オ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 30]

(1) 2 次方程式 $x^2 + x + 1 = 0$ の異なる 2 つの解を α, β とするとき、
 $\alpha^2 + \beta^2 =$ ア であり、 $\alpha^3 - 1 =$ イ である。

(2) 関数 $f(x)$ が等式 $f(x) = 3x^2 - 8x + \int_0^2 f(t)dt$ を満たすとき、
 $\int_0^2 f(x)dx =$ ウ である。

(3) s, t を実数とする。2 つのベクトル $\vec{a} = (-3, 4)$, $\vec{b} = (s, t)$ が垂直であり、
 \vec{b} の大きさが $\sqrt{3}$ であるとき、 $st =$ エ である。

(4) 「0, 1, 2, 3, 4, 5」の 6 個の数字を重複を許して使ってできる自然数のうち 452 は小さい方から数えて オ 番目である。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

[配点 36]

(1) a を実数の定数とする. xy 座標平面上の 2 次関数 $y = x^2 - 2ax - a + 6$ のグラフが x 軸の負の部分の異なる 2 点で交わるとき, a のとり得る値の範囲を答えなさい.

(2) 次の 3 つの数を左から小さい順に並べなさい.

$$\frac{3}{2}, \log_{\sqrt{3}} 2, \log_3 5$$

(3) xy 座標平面上の曲線 $y = x^3 - 3x^2 + x$ を C とする. また, C と y 軸との交点における C の接線を l とする.

(i) l を表す方程式を答えなさい.

(ii) C と l で囲まれる図形の面積を答えなさい.

(4) 三角形 ABC があり, $\cos \angle ABC = \frac{5}{13}$, $\cos \angle BCA = \frac{1}{2}$ である.

(i) $\sin \angle CAB$ の値を答えなさい.

(ii) 三角形 ABC の外接円の半径が 2 であるとき, 辺 BC の長さを答えなさい.

(下書き用紙)

Ⅲ

次の問いに答えなさい。

[配点 34]

(1) O を原点とする xy 座標平面上に点 $A(3, 6)$ があり，線分 OA を $1:2$ に内分する点を B とする．また， B を通り，直線 OA に垂直な直線を l とする．

(i) 直線 l を表す方程式を答えなさい．

(ii) 中心が l 上の点であり，2 点 $(4, -2)$ ， $(6, 4)$ を通る円を表す方程式を答えなさい．

(2) ある微生物を培養することを考える．この微生物は，ある一定の条件に保たれた容器内で，1 時間毎に 1 匹だけが死に，残りの個体はそれぞれ 2 つに分裂する．この条件の下で，はじめにこの微生物 4 匹を容器に入れ， n 時間後 (n は自然数) の生きた微生物の個体数を a_n とする．

(i) a_1 の値を答えなさい．

(ii) 数列 $\{a_n\}$ が満たす漸化式を答えなさい．

(iii) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を答えなさい．

(iv) 不等式 $a_n \geq 2021$ を満たす最小の自然数 n を答えなさい．

((2)(ii) は大学発表に基づき削除)

(下書き用紙)

(下書き用紙)