

Ⅰ ~ Ⅲ の解答は、すべて解答用紙の所定の欄に記入しなさい。

解答にあたっては次の点に注意しなさい。

(1) 解答用紙には、特に指示がなければ、答えのみを記入しなさい。計算過程を示す必要はありません。

(2) 答えはすべて解答しなさい。

【問題例】方程式 $(x - 1)(x - 3) = 0$ を解きなさい。

【解答例】 $x = 1, 3$

(3) 場合分けが必要だと考えられる場合は、各自で判断して解答しなさい。

【問題例】 a を与えられた実数とする。方程式 $ax = 1$ を解きなさい。

【解答例】 $a \neq 0$ のとき、 $x = \frac{1}{a}$ 。 $a = 0$ のとき、解なし。

(4) 答えは、

- 根号を含む場合は、根号の中に現れる自然数が最小になる形にする
- 分数はそれ以上約分できない形にする
- 分数の分母は有理化する

など、簡潔な形で解答しなさい。

I 次の空欄 $\boxed{\text{ア}}$ ~ $\boxed{\text{オ}}$ にあてはまる数を答えなさい。 [配点 30]

(1) $\frac{3}{\sqrt{7}-2}$ の小数部分を a とするとき、 $a - \frac{3}{a} = \boxed{\text{ア}}$ である。

(2) $\left\{ \tan \theta + \tan \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \right\}^2 - \left\{ \tan \left(\frac{\pi}{2} - \theta \right) - \tan (\pi - \theta) \right\}^2 = \boxed{\text{イ}}$
である。

(3) 不等式 $\log_{\frac{1}{3}} n + \log_{\frac{1}{3}} (n+2) - \log_{\frac{1}{3}} (2n-1) - \log_{\frac{1}{3}} 3 > 0$ を満たす自然数 n は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(4) 座標空間において 3 点 $A(1, -1, 2)$, $B(2, -1, 1)$, $C(2, 1, 5)$ を考える。
このとき、内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ の値は $\boxed{\text{エ}}$ であり、三角形 ABC の面積は $\boxed{\text{オ}}$ である。

(下書き用紙)

Ⅱ

次の問いに答えなさい。

[配点 35]

- (1) 方程式 $|2x + 1| + |x - \sqrt{3}| = 1 + \sqrt{3}$ を解きなさい。
- (2) a を実数の定数とする. 2 次方程式 $x^2 - 2ax + a + 2 = 0$ が異なる 2 つの実数解をもち, それらが 0 以上 5 以下であるとき, a の値の範囲を答えなさい。
- (3) 100 人に 1 人の割合で欠損している遺伝子 x があり, この遺伝子 x が欠損しているかどうかを検査する遺伝子診断薬があるとする. この遺伝子診断薬は正しく判定する確率が $\frac{99}{100}$ であり, 誤って判定する確率が $\frac{1}{100}$ である. あなたの友人がこの遺伝子診断薬を用いた検査を受けたとして, 以下の設問に答えなさい.
- (i) あなたの友人が遺伝子 x を欠損していると判定される確率を答えなさい。
- (ii) あなたの友人が遺伝子 x を欠損していると判定されたのに, 実際は欠損していない確率を答えなさい。
- (4) p を実数の定数として, 関数 $f(x) = 4^x + \frac{1}{4^x} + 3p \left(2^{x+1} + \frac{1}{2^{x-1}} \right)$ を考える.
- (i) $t = 2^x + \frac{1}{2^x}$ とするとき, t のとり得る値の範囲を答えなさい.
- (ii) 関数 $f(x)$ の最小値を p を用いて表しなさい.

(下書き用紙)

Ⅲ

次の問いに答えなさい。

[配点 35]

- (1) 初項 9, 公差 3 の等差数列 $\{a_n\}$ と, 初項 $\frac{8}{3}$, 初項から第 5 項までの和が 10 である等差数列 $\{b_n\}$ がある. また, 数列 $\{c_n\}$ を $c_n = a_n b_n$ で定義し, $S_n = \sum_{k=1}^n c_k$ とする.
- (i) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を答えなさい.
- (ii) $c_n > 0$ を満たす最大の自然数 n を答えなさい.
- (iii) S_n を n で表し, その最大値を答えなさい.
- (2) 座標平面上に曲線 $C: y = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3$ があり, C 上の点 A (3, 6) における C の接線を l とする. また, 点 B は A とは異なる C 上の点であり, B における C の接線は l と平行である.
- (i) l を表す方程式を答えなさい.
- (ii) C と l で囲まれた部分の面積を答えなさい.
- (iii) B を通り, A において l と接する放物線の方程式を答えなさい.

(下書き用紙)

(下書き用紙)