

令和8年度入学試験問題（公募制推薦入試）数学「解答例」

証明問題については、その方針の一例のみを示している。

他の問題は、途中の計算及び考え方を省略し結果のみを示している。

[1]

問1 (1)  $\frac{e^2+1}{4}$  (2)  $\frac{\pi}{16}$

問2 (1)  $\vec{a}, \vec{b}$  のなす角を  $\theta$  とする。 ( $0 < \theta < \pi$ )

$$S = \frac{1}{2} |\vec{a}| |\vec{b}| \sin \theta, \quad \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta \text{ を用いて示す。}$$

(2)  $x^2 + 5y^2 = 1, z = 0$  (楕円)

[2]

(1)  $f_n(x) = e^x - \frac{x^n}{n!}$  とおく。 ( $n = 1, 2, \dots$ )

[1]  $n = 1$  のとき  $f_1(x) > 0$  ( $x > 0$ ) を示す。

[2]  $n = k$  のとき  $f_k(x) > 0$  ( $x > 0$ ) と成立を仮定。

$$\frac{d}{dx} f_{k+1}(x) = f_k(x) \text{ を用い } f_{k+1}(x) > 0 \text{ ( $x > 0$ ) を示す。}$$

(2) (1) の結果を利用し  $0 < \frac{x^3}{e^x} < \frac{4!}{x}$  ( $x > 0$ ) を導き、 $x \rightarrow \infty$  とする。

[3]

(1)  $\frac{1 - (1+n)z^n + nz^{n+1}}{(1-z)^2}$

(2) (1) の  $S_5$  に  $z^5 = 1$  を代入し計算する。

(3)  $z^5 = 1$  かつ  $z \neq 1$  を満たす  $z$  として  $z = \cos \frac{2\pi}{5} + i \sin \frac{2\pi}{5}$  をとり (2) の等式に代入。

両辺の実部を比較。