

令和7（2025）年度入学試験問題（前期）

数 学

注 意

1. 合図があるまで問題冊子をあけないこと。
2. この問題冊子は10ページあり、問題は全部で4題ある。【〔1〕、〔2〕、〔3〕、〔4〕の4題】
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は、手を高く上げて監督者に知らせること。
4. 解答は解答用紙の問題番号より下に記入すること。
5. 問題冊子の余白および裏表紙は計算に使用できる。
6. 受験票は机に出しておくこと。

(このページは計算に使用する)

(このページは計算に使用する)

[1]

次の問いに答えよ。

(1) 次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} \cos\left(\frac{k^2 \pi}{2n^2}\right)$$

(2)

$$a_n = \sum_{k=1}^n 2k \sin\left(\frac{2k}{n} \pi\right) \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

で定義される数列 $\{a_n\}$ がある。 p を 2 以上の整数とすると、

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^p}$$

を求めよ。

(このページは計算に使用する)

[2]

xyz 空間において, 原点を通り, ベクトル $\vec{m} = (-6, 2, 5)$ に平行な直線 l があり, また, 点 $A(-10, 0, 14)$, $B(8, -1, -3)$ がある。次の問いに答えよ。

- (1) 点 A から直線 l に垂線をおろし l との交点を C , 同様に点 B から直線 l に垂線をおろし l との交点を D とする。 C と D の座標を求めよ。また, ベクトルの大きさ $|\vec{AC}|$ と $|\vec{BD}|$ を求めよ。
- (2) 4 点 A, B, C, D は同一平面上にないことを示せ。
- (3) l 上に動点 P があるとき, 線分の長さの和 $AP + BP$ の最小値と, そのときの点 P の座標を求めよ。

(このページは計算に使用する)

[3]

原点を O とする xy 平面において、曲線 $C: y = x^2 - x + 2$ と直線 $L: y = 2x$ で囲まれた図形を S とする。図形 S の境界に含まれる C 上の各点を P として、各点 P から L に垂線をおろし、垂線と L との交点を H とする。線分 PH 、線分 OH の長さをそれぞれ r, h とする。次の問いに答えよ。

- (1) 点 P の x 座標を t とするとき、 r および h をそれぞれ t を用いて表せ。
- (2) 図形 S を直線 L の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V を求めよ。

(このページは計算に使用する)

[4]

- (1) n を正の整数とする。二項係数に関する等式

$${}_{2n}C_n - {}_{2n}C_{n-1} = \frac{{}_{2n}C_n}{n+1}$$

が成り立つことを示せ。

- (2) コインを 1 枚投げる。投げたときの表裏の出る確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ である。表が出れば得点

は 1 点とし、裏が出れば得点は -1 点とする。この試行を 12 回繰り返す。1 回目から k 回目までの合計得点を S_k 点とする。ただし S_1 点は 1 回目の得点である。次の問いに答えよ。

(i) $S_{12}=0$ となる確率を求めよ。

(ii) $S_{12}=0$ であったとき、 $S_1, S_2, \dots, S_{11}$ がすべて負である確率を求めよ。

(このページは計算に使用する)

