

令和 7 (2025) 年度 入学 試験 問題 (後期)

数 学

注 意

1. 合図があるまで問題冊子をあけないこと。
2. この問題冊子は10ページあり，問題は全部で4題ある。【〔1〕, 〔2〕, 〔3〕, 〔4〕の4題】
3. 試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁及び解答用紙の汚れ等に気づいた場合は，手を高く上げて監督者に知らせること。
4. 解答は解答用紙の問題番号より下に記入すること。
5. 問題冊子の余白および裏表紙は計算に使用できる。
6. 受験票は机に出しておくこと。

(このページは計算に使用する)

(このページは計算に使用する)

[1] 関数 $f(x)$ を $f(x) = \frac{1}{2} \left(x + \frac{9}{x} \right)$ と定め、 $y = f(x)$ のグラフを曲線 C とする。次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(x)$ の増減、極値、グラフの漸近線を調べ、曲線 C の概形をかけ。

(2) 曲線 C 上の点 $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$ および直線 $y = \frac{1}{2}x$ 上の点 $B_1, B_2, \dots, B_n, \dots$ を次のように定める。 $A_1 (1, f(1))$ とする。 $n = 1, 2, 3, \dots$ に対して、点 A_n を通り y 軸に平行な直線と直線 $y = \frac{1}{2}x$ との交点を B_n 、点 B_n から曲線 C に接線を引いて接点を A_{n+1} とする。

(i) $A_n (a_n, f(a_n))$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) とするとき、 a_{n+1} を a_n で表せ。また、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

(ii) $b_n = (\log_2 a_{2n}) \cdot (\log_2 a_{2n+2})$ とするとき、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{b_n}$ の和を求めよ。

(このページは計算に使用する)

〔2〕 複素数 $z = \cos \frac{2}{7}\pi + i \sin \frac{2}{7}\pi$ について、次の問いに答えよ。ただし、 i は虚数単位である。

(1) $z^{567} + \frac{1}{z^{567}}$ の値を求めよ。

(2) $(z + z^2 + z^4)(z^3 + z^5 + z^6)$ の値を求めよ。

(3) $z + z^2 + z^3$ の実部の値を求めよ。

(このページは計算に使用する)

〔3〕 座標平面上に曲線 $C: y = \sqrt{x^2 - 4}$ ($x \geq 2$) がある。点 $(1, 0)$ を通る C の接線を l とし、次の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。また、 l と曲線 C の接点の座標を求めよ。

(2) t を 0 以上の実数とする。曲線 C と直線 $x = e^t + e^{-t}$ の共有点の y 座標を t を用いて表せ。

(3) 直線 l 、曲線 C および x 軸によって囲まれる部分の面積を求めよ。

(このページは計算に使用する)

〔 4 〕 1 から 10 までの数字が 1 つずつ書かれた 10 枚の番号札が箱の中に入っている。この箱から番号札を 1 枚取り出し、数字を記録してからもとに戻すという試行を 3 回繰り返す。記録した数字の最大値を X 、最小値を Y とするとき、次の問いに答えよ。ただし、設問(1)は結果のみを解答せよ。

(1) $X > Y$ である確率を求めよ。

(2) $X \leq Y + 2$ である確率を求めよ。

(3) $X \geq 8$ のとき、 $Y \leq 2$ である条件付き確率を求めよ。

(このページは計算に使用する)

